

# 组配角接触球轴承卸载载荷的精确计算

洛阳轴承研究所(河南洛阳 471039) 杨晓蔚  
 郑州大学(河南郑州 450002) 马胜钢 郑艳萍

**【ABSTRACT】**On the base of analysis on load - deformation of matched angular contact ball bearing, the accurate calculation formula of unloading capacity and some related parameters are given.

成对和多联组配角接触球轴承卸载载荷的计算是一个非常重要的问题,国内外文献对此有一些介绍,但都比较简单,也欠精确,这给实际应用造成了一些不便。本文拟对卸载载荷的精确计算作一详细而全面的探讨。

## 1 卸载载荷的计算公式

角接触球轴承在纯轴向载荷  $F_a$  的作用下,其轴向接触变形  $a$  的计算公式为

$$a = \frac{k}{\sin^{5/3}} \left( \frac{F_a}{Z} \right)^{2/3} \quad (1)$$

式中  $k$  ——弹性变形系数,其仅与滚动体和轴承套圈沟道的接触几何参数及材料常数有关

$a$  ——轴承接触角

$Z$  ——滚动体数量

假设组配轴承的配置和载荷 - 变形曲线(以“串联 - 背对背”型式为例)如图1所示,即  $m$  个同型号轴承在左边串联,  $n$  个同型号轴承在右边串联,在预载荷  $F_{a0}$  和外加轴向载荷  $F_a$  的作用下,有

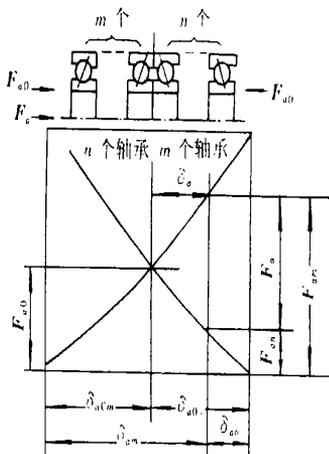


图1 多联组配轴承配置及其载荷 - 变形

- $a^{(1-m)} = a^{a0(1-m)} + a$  (2)
  - $a^{(1-n)} = a^{a0(1-n)} - a$  (3)
- 式中  $a^{(1-m)}$  ——在外加轴向载荷  $F_a$  作用下,  $m$  个串联轴承的变形量,其也等于其中每一套轴承的变形量
- $a^{(1-n)}$  ——在预载荷  $F_{a0}$  的作用下,  $n$  个串联轴承的变形量,其也等于其中每一套轴承的变形量
- $a^{a0(1-m)}$  ——在预载荷  $F_{a0}$  的作用下,  $m$  个串联轴承的变形量,其也等于其中每一套轴承的变形量
- $a^{a0(1-n)}$  ——在预载荷  $F_{a0}$  的作用下,  $n$  个串联轴承的变形量,其也等于其中每一套轴承的变形量
- $a$  ——在预载荷  $F_{a0}$  的基础上,外加轴向载荷  $F_a$  所引起的  $m(n)$  个串联轴承的变形量,其也等于其中每一套轴承的变形量

当  $F_a$  增大至使  $a = a^{a0(1-n)}$  时,  $n$  个串联轴承的变形量  $a^{(1-n)} = 0$ , 即  $n$  个串联轴承完全卸载。此时有

$$a^{(1-m)} = a^{a0(1-m)} + a = a^{a0(1-m)} + a^{a0(1-n)} \quad (4)$$

将(1)式代入(4)式得

$$\frac{k_1}{\sin^{5/3}_1} \left( \frac{F_a}{mZ_1} \right)^{2/3} = \frac{k_1}{\sin^{5/3}_1} \left( \frac{F_{a0}}{mZ_1} \right)^{2/3} + \frac{k_2}{\sin^{5/3}_2} \left( \frac{F_{a0}}{nZ_2} \right)^{2/3} \quad (5)$$

即卸载载荷计算公式为

$$F_a = \left[ 1 + \frac{k_2}{k_1} \left( \frac{\sin_1}{\sin_2} \right)^{5/3} \left( \frac{mZ_1}{nZ_2} \right)^{2/3} \right]^{3/2} F_{a0} \quad (6)$$

当轴承型号相同时,有  $k_1 = k_2$ ,  $\sin_1 = \sin_2$ ,  $Z_1 = Z_2$ , 其卸载载荷计算公式可简化为

$$F_a = \left[ 1 + \left( \frac{m}{n} \right)^{2/3} \right]^{3/2} F_{a0} \quad (7)$$

若轴承是以“串联 - 面对面”型式进行多联组配,则应将(6)式及(7)式中的有关左、右两边轴承的参数相互换位,即

$$F_a = \left[ 1 + \frac{k_1}{k_2} \left( \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} \right)^{5/3} \left( \frac{n Z_2}{m Z_1} \right)^{2/3} \right]^{3/2} F_{a0} \quad (8)$$

$$F_a = \left[ 1 + \left( \frac{n}{m} \right)^{2/3} \right]^{3/2} F_{a0} \quad (9)$$

如果假设组配轴承的滚动体和轴承套圈沟道的接触几何参数及材料常数相同或相近,即  $k_1 = k_2$ ;滚动体数量相同或相近,即  $Z_1 = Z_2$ ;轴承接触角随载荷的变动忽略不计,即以公称接触角  $\alpha_0$  代入,则对于常用型式的组配角接触球轴承,可得其卸载载荷的简化计算结果如表 1 所示。

## 2 卸载载荷的精确计算方法

表 1 卸载载荷计算结果

轴承配置型式	载荷方向示意 $\alpha_1$   $\alpha_2$	计算结果	
		$\alpha_1 = \alpha_2$	$\alpha_1 = 15^\circ \alpha_2 = 25^\circ$
DB		$F_a = 2.83 F_{a0}$ $F'_a = 2.83 F_{a0}$	$F_a = 1.73 F_{a0}$ $F'_a = 5.90 F_{a0}$
DF		$F_a = 2.83 F_{a0}$ $F'_a = 2.83 F_{a0}$	$F_a = 5.90 F_{a0}$ $F'_a = 1.73 F_{a0}$
TBT		$F_a = 2.08 F_{a0}$ $F'_a = 4.16 F_{a0}$	$F_a = 1.45 F_{a0}$ $F'_a = 9.85 F_{a0}$
TFT		$F_a = 2.08 F_{a0}$ $F'_a = 4.16 F_{a0}$	$F_a = 3.78 F_{a0}$ $F'_a = 2.22 F_{a0}$
QBC		$F_a = 2.83 F_{a0}$ $F'_a = 2.83 F_{a0}$	$F_a = 1.73 F_{a0}$ $F'_a = 5.90 F_{a0}$
QFC		$F_a = 2.83 F_{a0}$ $F'_a = 2.83 F_{a0}$	$F_a = 5.90 F_{a0}$ $F'_a = 1.73 F_{a0}$
QBT		$F_a = 1.80 F_{a0}$ $F'_a = 5.41 F_{a0}$	$F_a = 1.33 F_{a0}$ $F'_a = 13.64 F_{a0}$
QFT		$F_a = 1.80 F_{a0}$ $F'_a = 5.41 F_{a0}$	$F_a = 3.02 F_{a0}$ $F'_a = 2.66 F_{a0}$
PBC		$F_a = 2.34 F_{a0}$ $F'_a = 3.51 F_{a0}$	$F_a = 1.55 F_{a0}$ $F'_a = 7.90 F_{a0}$
PFC		$F_a = 3.51 F_{a0}$ $F'_a = 2.34 F_{a0}$	$F_a = 7.90 F_{a0}$ $F'_a = 1.55 F_{a0}$
PBT		$F_a = 1.65 F_{a0}$ $F'_a = 6.60 F_{a0}$	$F_a = 1.27 F_{a0}$ $F'_a = 17.36 F_{a0}$
PFT		$F_a = 1.65 F_{a0}$ $F'_a = 6.60 F_{a0}$	$F_a = 2.62 F_{a0}$ $F'_a = 3.07 F_{a0}$

采用简化计算方法对组配轴承的卸载载荷进行便捷的估算,再取以一定的安全系数,对于一般工程应用而言,是足够满足要求的。但是,有时为了一些特殊的用途,需要明确保证轴承能在更安全可靠的条件下工作,这时,就需要对轴承的卸载载荷进行比较精确地计算。要精确地计算轴承的卸载载荷,前提条件就是要准确地知道相关的技术参数。而其中有些参数如  $Z$ 、 $\alpha_0$  等,可以通过设计资料直接得知,还有一些技术参数则必须通过计算确定。

2.1  $\alpha_0$  的确定

当初始接触角  $\alpha_0$  越小时,随载荷的不同,其实际接触角  $\alpha$  的变化越大。因此,除了采用  $\alpha_0 = 40^\circ$  的轴承时,可以以  $\alpha_0$  近似代替  $\alpha$  外,当采用  $\alpha_0 = 15^\circ$  和  $\alpha_0 = 25^\circ$  的轴承时,一般应该计算出其在预

$$\alpha^{(i+1)} = \alpha^{(i)} + \frac{\left(\frac{c}{f_i + f_e - 1}\right)^{3/2} \frac{F_{a0}}{ZD_w^2} - \sin \alpha^{(i)} \left(\frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha^{(i)}} - 1\right)^{3/2}}{\cos \alpha^{(i)} \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_1} - 1\right)^{3/2} + \frac{3}{2} \cos \alpha_0 \operatorname{tg}^2 \alpha_1 \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_1} - 1\right)^{3/2}} \quad (15)$$

式中  $c$  ——压缩常数,当  $f_i / f_e$  分别等于 0.510/0.530、0.515/0.525、0.5175/0.530、0.520/0.540、0.530/0.560 和 0.540/0.570 时,  $c \times 10^{-4}$  分别等于 4.3745、4.4780、4.6709、4.8780、5.3229 和 5.6743

$f_i$  ——轴承内圈沟曲率系数,一般取  $f_i = 0.515 \sim 0.54$

$f_e$  ——轴承外圈沟曲率系数,一般取  $f_e = 0.525 \sim 0.57$

$D_w$  ——滚动体直径

$C_E$  ——材料常数修正系数,当轴承材料为轴承钢(即  $E = 2.07 \times 10^5$  MPa、 $\nu = 0.3$ ) 时,  $C_E = 1$ ; 当滚动体为氮化硅陶瓷球(即  $E = 3.20 \times 10^5$  MPa、 $\nu = 0.25$ )、套圈为轴承钢时,  $C_E = 0.83$ ; 当轴承材料为氮化硅陶瓷时,  $C_E = 0.67$

$E$ 、 $E_1$ 、 $E_2$  ——轴承钢、材料 1 和材料 2 的弹性模量

$\nu$ 、 $\nu_1$ 、 $\nu_2$  ——轴承钢、材料 1 和材料 2 的泊松比

$K(e)$  ——第一类完全椭圆积分

$m_{ai(e)}$  ——滚动体与内(外)圈沟道的接触椭圆长半轴系数

载荷的作用下的  $\alpha$ ,代入卸载载荷计算公式。

$\alpha$  的计算公式为

$$\left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_1} - 1\right)^{3/2} \sin \alpha = \left(\frac{c}{f_i + f_e - 1}\right)^{3/2} \frac{F_{a0}}{ZD_w^2} \quad (10)$$

$$c = 2.79 \times 10^{-4} D_w^{1/3} C_E^{2/3} \left[ \frac{2K(e)}{m_{ai}} (\alpha^{(i)})^{1/3} + \frac{2K(e)}{m_{ae}} (\alpha^{(e)})^{1/3} \right] \quad (11)$$

$$C_E = \frac{E}{2(1 - \nu^2)} \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1^2} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2^2} \right) \quad (12)$$

$$i^{(e)} = \frac{1}{D_w} \left[ 4 - \frac{1}{f_{i(e)}} \pm \frac{2}{1 \mp} \right] \quad (13)$$

$$= \frac{D_w \cos \alpha_0}{D_{pw}} \quad (14)$$

具体计算时,可以采用牛顿-拉弗松法,按下式进行迭代求解:

$i^{(e)}$  ——滚动体与内(外)圈沟道接触的主曲率, (12) 式中上面的符号用于内圈,下面的符号用于外圈

$D_{pw}$  ——滚动体节圆直径

对于 (10) 式中的  $F_{a0}/ZD_w^2$  项,若  $Z$  与  $D_w$  不易得知(尤其对于轴承用户而言),可借助轴承的额定静载荷  $C_{or}$  (一般从轴承样本均可查得) 来计算,即

$$\frac{F_{a0}}{ZD_w^2} = \frac{iF_{a0} \cos \alpha_0}{C_{or}} \quad (16)$$

2.2  $k$  的确定

弹性变形系数  $k$  可按下式计算:

$$k = \frac{D_w^{1/2}}{c^{2/3}} \quad (17)$$

3 结束语

本文在对组配角接触球轴承载荷-变形进行分析的基础上,给出了有关卸载载荷的计算公式以及一些相关参数的精确计算方法。对于该类轴承的设计与应用,将起到一定的参考作用。

本文所介绍的组配角接触球轴承卸载载荷的精确计算方法,只是相对“精确”而已。其中有关轴承实际接触角  $\alpha$  的计算,在高速工况下,还应考虑离心力的影响;另外,径向载荷、制造及安装误差等,都是应该考虑的影响因素。只有将相关

# 角接触球轴承套圈挡边的设计

洛阳轴承研究所(河南洛阳 471039) 姜韶峰

**【ABSTRACT】**Using the Hertz contact deformation theory, the min. rib height of angular contact ball bearing under axial load and controlled contact stress is calculated. The calculation formula is listed.

角接触球轴承既可以承受径向载荷,又可以承受一定的轴向载荷。轴承在外载作用下,滚动体与滚道之间形成一接触椭圆,椭圆大小随载荷的改变而变化。当轴承承受较大的轴向载荷时,如果套圈挡边尺寸不合适,滚动体与滚道之间形成的接触椭圆会达到甚至超越挡边,此时接触区域形成应力集中,轴承旋转时内部摩擦磨损加剧,处于不稳定的工作状态,轴承无法正常使用。因此,必须根据工况条件合理设计轴承的挡边尺寸。

在角接触球轴承设计中,套圈挡边直径一般采用以下方法进行计算:

$$d_2 = d_1 + k_i D_w \quad (1)$$

$$D_2 = D_e - k_e D_w \quad (2)$$

式中  $d_2$ 、 $D_2$  ——内、外圈挡边直径

$d_1$ 、 $D_e$  ——内、外圈沟道直径

$k_i$ 、 $k_e$  ——内、外圈挡边系数,根据轴承的结构特点、尺寸系列和工况条件等选取一经验值。目前轴承行业广泛采用的角接触球轴承设计中推荐的  $k_i$ 、 $k_e$  值按表 1 选取

$D_w$  ——钢球直径

显然,用以上方法计算得到的结果仅仅是一经验值,而不是最优值。要精确计算套圈挡边直径的最优值,不仅要考虑轴承的接触角、球径、套

圈沟曲率系数等主参数,还要考虑轴承的工况条件,如外加载荷、极限转速以及轴承的许用接触应力等。

下面假定在承受轴向载荷、控制接触应力的情况下,对角接触球轴承套圈挡边进行设计计算。

表 1  $k_i$ 、 $k_e$  值

接触角	15°、25°		40°
尺寸系列	(1)0	(0)2、(0)3	(0)2、(0)3
$k_i$	0.35	$d \leq 25 \text{ mm}: 0.35$ $d > 25 \text{ mm}: 0.40$	0.65
$k_e$	0.35	$d \leq 25 \text{ mm}: 0.35$ $d > 25 \text{ mm}: 0.40$	0.60

## 1 赫兹接触应力与变形的计算

根据赫兹理论,滚动轴承在外载作用下,滚动体与套圈滚道之间接触应力  $P_0$  的计算方法如下:

$$P_0 = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{ab} \quad (3)$$

式中  $Q$  ——外加载荷

$a$  ——接触椭圆长半轴

$$a = m_a \sqrt[3]{\frac{3Q}{2} \cdot \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)} \quad (4)$$

$b$  ——接触椭圆短半轴

的技术参数、工况条件和计算方法掌握的越准确,才能将卸载载荷计算得更精确。

## 参 考 文 献

- 1 余俊. 滚动轴承计算. 北京: 高等教育出版社, 1993.
- 2 Harris T A. Rolling Bearing Analysis, 2nd ed. John Wiley & Sons, 1984.
- 3 戴曙等. 机床滚动轴承应用手册. 北京: 机械工业出版社, 1993.

- 4 SNFA 公司. Super Precision Bearing.
- 5 万长森. 滚动轴承的分析方法. 北京: 机械工业出版社, 1987.
- 6 郑艳萍. 高速精密角接触球轴承预载荷研究. 洛阳工学院硕士学位论文, 2000.

第一作者: 杨晓蔚 总工程师、教授级高级工程师

(收稿日期: 2001 - 06 - 27)

(编辑: 张葵)

## 本期内容摘要

杨晓蔚,马胜钢,郑艳萍. 组配角接触球轴承卸载载荷的精确计算. 轴承, 2002(3):1~4

在对组配角接触球轴承的载荷—变形进行分析的基础上,给出了卸载载荷的精确计算公式,以及一些相关参数的精确计算方法。附图1幅,表1个,参考文献6篇。

叙词:角接触球轴承 载荷 卸载 计算

姜韶峰. 角接触球轴承套圈挡边的设计. 轴承, 2002(3):4~6

利用赫兹的接触变形理论,对角接触球轴承的套圈最小挡边高度在承受轴向载荷、控制接触应力的情况下进行了理论计算,并给出了计算公式。附图2幅,表1个,参考文献2篇。

叙词:角接触球轴承 套圈 挡边 高度 计算

王路军,郭亚利,李科. 交叉槽式万向节滞点原因的分析. 轴承, 2002(3):7

LJ113交叉槽式万向节,滑移端在转动内圈形成轴间角过程中出现滞点现象。分析其原因是沟道和平面A不垂直,形成一个角度,且这个角度不固定。通过维修和调整电主轴,最终使滑移端在转动过程中消除了滞点现象。附图1幅,表1个。

叙词:万向节 转动 分析

张永乾,陈志军,孙永安. 高精度陶瓷球研磨加工. 轴承, 2002(3):8~11

介绍了几种陶瓷球的加工方法和技术特点,并进行了比较分析,指出各种方法的适用性。详细阐述陶瓷球加工工艺流程、批量加工技术和在线检测及质量控制,陶瓷球精度可达G10或G5级。附图4幅,表4个,参考文献3篇。

叙词:陶瓷球 加工 精度 工艺

王雅红,刘克敬. 机加工过程中工艺尺寸链分析. 轴承, 2002(3):12~13

在机械零件的加工过程中,当测量基准与设计基准不重合时,需按尺寸链进行尺寸换算,从而产生“假废品”问题。对工艺尺寸链进行分析,找出假废品分布的范围,以免将实际合格的零件报废而造成浪费。附图2幅。

叙词:零件 加工 尺寸链

高元安,扈林庄,张娟娟. 轴承零件淬火油的冷却性能评定与选择. 轴承, 2002(3):14~15,35

通过对淬火油的冷却性能、热氧化稳定性和光亮度等各项技术指标的测定,合理选择热处理淬火油,从而有

效地提高轴承零件热处理的质量和可靠性。附图1幅,表2个,参考文献5篇。

叙词:零件 淬火油 淬火 冷却 性能

王江山,刘兆红. 冷墩滚子毛坯压型质量综合分析. 轴承, 2002(3):16~17

冷墩成型工序直接影响滚子质量。对滚子冷墩成型中的一些常见缺陷进行分析,并采取相应措施,提高冷墩模具质量。附图6幅。

叙词:滚子 冷墩 质量 模具

刘志英,李艳红. 推力调心滚子轴承座圈滚道位置分析. 轴承, 2002(3):18~19

推力调心滚子轴承座圈滚道在磨加工时存在滚道位置 $x$ 测量值不稳定,分析可知,半径 $R$ 、中心高 $H$ 和滚道直径尺寸等因素均会对滚道位置 $x$ 产生很大影响。而工艺规定 $V_{Dep}$ 、沟形样板、斜向圆跳动已控制了滚道的形状与精度,能够满足产品要求。所以在工艺中可以取消滚道位置 $x$ 的控制。附图3幅,表3个。

叙词:推力轴承 调心滚子轴承 座圈 滚道 磨削 加工 尺寸 误差

韩志根,马火金,於文德等. 辊底式快速等温球化连续退火炉及其工艺. 轴承, 2002(3):20~21

辊底式油电复合加热快速等温球化连续退火炉具有快速等温球化退火工艺规程,保证金相显微组织级别明显改善,有利于切削加工,使最终热处理成品质量提高。附图1幅,表2个。

叙词:等温退火 球化退火 退火炉

王卓,田振华,赵丁选. 滚动轴承的振动监测与故障诊断系统研究. 轴承, 2002(3):22~24

论述滚动轴承的振动监测与故障诊断的原理、方法和系统。采用振动监测系统对滚动轴承进行巡回在线监测,发现故障后发出声光警告,然后自动转入诊断模块,用共振解调法进一步判断故障发生部位及其趋势等。附图4幅,参考文献3篇。

叙词:振动 监测 故障 诊断 系统

李云峰,吴宗彦. 球轴承保持架噪声机理分析. 轴承, 2002(3):25~26

保持架噪声产生机理由三方面组成,即振动噪声、碰撞噪声和摩擦噪声。在保持架设计过程中,应综合考虑三种噪声各自的地位,优化兜孔的曲面形状、兜孔的几何参数以及兜孔游隙的配置。附图1幅,参考文献5篇。