

2013年江西省南昌市中考数学试卷解析

说明：1. 本题共有五个大题，25 个小题，全卷满分 120 分，考试时间 120 分钟。

2. 本卷分为试题卷和答题卷，答案要求写在答题卷上，不得在试题卷上作答，否则不给分。

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）每小题只有一个正确答案。

1. -1 的倒数是（ ）

- A. 1 B. -1 C. ± 1 D. 0

【答案】B

【解析】本题主要考查倒数的概念，难度较小。 $\frac{1}{-1} = -1$ ，故选 B。

2 下列计算正确的是（ ）

- A. $a^3 + a^2 = a^5$ B. $(3a-b)^2 = 9a^2 - b^2$ C. $(-ab^3)^2 = a^2b^6$ D. $a^6b \div a^2 = a^3b$

【答案】C

【解析】本题主要考查幂的运算，难度较小。根据幂的运算法则 $(-ab^3)^2 = a^2b^6$ ，故选 C。

3 某单位组织 34 人分别到井冈山和瑞金进行革命传统教育，到井冈山的人数是到瑞金的人数的 2 倍多 1 人，求到两地的人数各是多少？设到井冈山的人数为 x 人，到瑞金的人数为 y 人，下面所列的方程组正确的是（ ）

- A. $\begin{cases} x+y=34 \\ x+1=2y \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=34 \\ x=2y+1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x+y=34 \\ 2x=y+1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+2y=34 \\ x=2y+1 \end{cases}$

【答案】B

【解析】本题主要考查二元一次方程组的应用，难度较小。根据题意总人数为 34 可列方程 $x+y=34$ ，到井冈山的人数 x 是到瑞金的人数的 2 倍多 1 人可列方程 $x=2y+1$ ，故选 B。

4 下列数据是 2013 年 3 月 7 日 6 点公布的中国六大城市的空气污染指数情况：

城市	北京	合肥	南京	哈尔滨	成都	南昌
污染指数	342	163	165	45	227	163

则这组数据的中位数和众数分别是（ ）

- A. 164 和 163 B. 105 和 163 C. 105 和 164 D. 163 和 164

【答案】A

【解析】本题主要考查统计中的中位数和众数的概念，难度较小。将该组数据从小到大排列为 45, 163, 163, 165, 227, 342，该组数据的中位数为 163 和 165 的平均数即 164。众数是出现次数最多的数据即 163，故选 A。

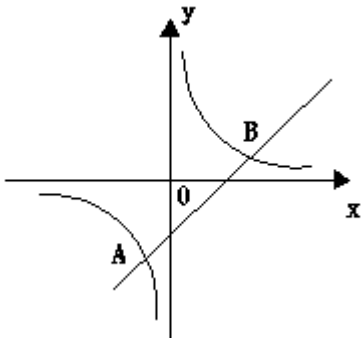
5. 某机构对 30 万人的调查显示, 沉迷于手机上网的初中生大约占 7%, 则这部分沉迷于手机上网的初中生人数, 可用科学计数法表示为 ()。

- A. 2.1×10^5 B. 21×10^3 C. 0.21×10^5 D. 2.1×10^4

【答案】D

【解析】本题主要考查科学计数法, 难度较小。 $300000 \times 7\% = 21000$, 因此用科学计数法记为 2.1×10^4 , 故选 D。

6. 如图, 直线 $y = x + a - 2$ 与双曲线 $y = \frac{4}{x}$ 交于 A、B 两点, 则当线段 AB 的长度去最小值时, a 的值为 ()。



- A. 0 B. 1 C. 2 D. 5

【答案】C

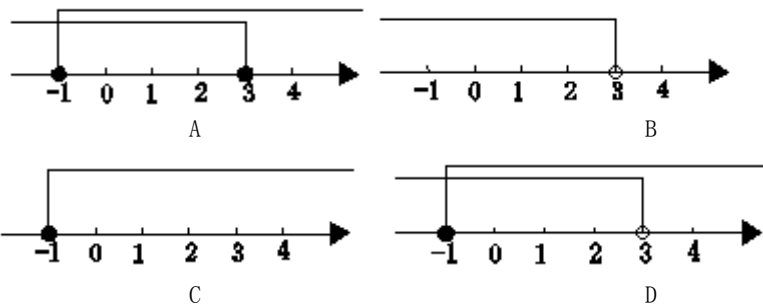
【解析】本题主要考查反比例函数和一次函数的综合, 难易程度较小。由题意可知当直线经过原点的时候, 线段 AB 长度最小。故选 C

7. 一张坐凳的形状如图所示, 以箭头所指的方向为主视方向, 则它的左视图可以是 ()。

【答案】C

【解析】本题考查简单的几何体的三视图, 将数学与实际生活联系起来。难度较小, 左视图是从左侧看到的视图, 从左边看到的是如 C 所绘的图形。

8. 将不等式组 $\begin{cases} x + 2 \geq 1 \\ 2(x + 3) - 3 > 3x \end{cases}$ 的解集在数轴上表示出来, 正确的是 ()。



【答案】D

【解析】本题考查一元一次不等式组及在数轴是表示不等式的解集, 难度较小, 解第一个不等式得 $x \geq -1$, 解第二个不等式得 $x < 3$ 。故选 D。

9, 下列因式分解正确的是 ()

- A $x^2 - xy + x = x(x - y)$ B $a^3 - 2a^2b + ab^2 = a(a - b)^2$
 C $x^2 - 2x + 4 = (x - 1)^2 + 3$ D $ax^2 - 9 = a(x + 3)(x - 3)$

【答案】 B

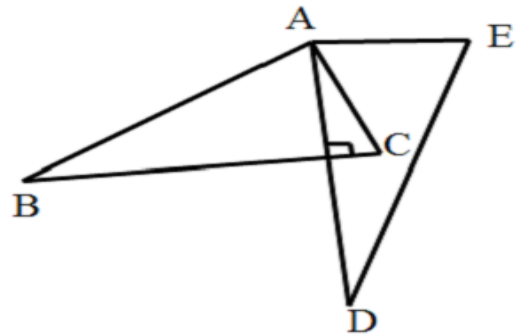
【解析】 本题主要考查利用提公因式和公式法分解因式的能力。分解因式时先提取公因式 a ，即 $a(a^2 - 2ab + b^2)$ ，再将括号里的用公式法分解成 $a(a - b)^2$ 。C 选项没有把多项式分解成几个因式的积的形式，故 C 选项错误。

10, 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转一定角度，得到 $\triangle ADE$ ，若 $\angle CAE = 65^\circ$ ， $\angle E = 70^\circ$ ，且 $AD \perp BC$ ，则 $\angle BAC$ 的度数为 ()

- A 60° B 75° C 85° D 90°

【答案】 C

【解析】 本题主要考查几何当中旋转的知识。由旋转的性质可知， $\angle E = \angle C = 70^\circ$ ，因为 $AD \perp BC$ 所以 $\angle DAC = 20^\circ$ ，所以 $\angle BAC = \angle DAE = 85^\circ$ 。故选 C

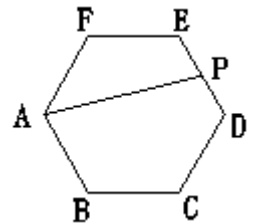


11, 如图，正六边形 ABCDEF 中， $AB = 2$ ，点 P 是 ED 的中点，连接 AP，则 AP 的长为 ()

- A $2\sqrt{3}$ B 4 C $\sqrt{13}$ D $\sqrt{11}$

【答案】 C

【解析】 本题考查了正六边形的性质，难易程度中等。连接 BP， $AP = BP$ ，在 AB 上取中点 H，连接 PH， $PH \perp AB$ ， $PH = AE = 2\sqrt{3}$ ，所以 $AP = \sqrt{13}$ 。故选 C



12, 若二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图像与 X 轴有两个交点，坐标分别为 $(x_1, 0)$ ， $(x_2, 0)$ ，且 $x_1 < x_2$ ，图像上有一个点

$M(x_0, y_0)$ 在 X 轴下方，则下列判断正确的是 ()

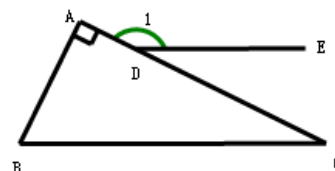
- A $a > 0$ B $b^2 - 4ac < 0$ C $x_1 < x_0 < x_2$ D $a(x_0 - x_1)(x_0 - x_2) < 0$

【答案】 D

【解析】 本题考查二次函数的交点问题，难易程度中等。主要采用排除法解题。A 选项，从题目的中无法得出 $a > 0$ ，要分类讨论。B 选项，如果 $b^2 - 4ac < 0$ 那么抛物线与 X 轴有可能只有一个交点，那么与题目中的 $x_1 < x_2$ 不符。C 选项当 $a < 0$ 时，可能出现 $x_0 < x_1 < x_2$ 的情况。D 选项通过分类讨论发现无论 $a > 0$ 还是 $a < 0$ ，都可以得出 $a(x_0 - x_1)(x_0 - x_2) < 0$ 。故选 D。

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, 点 D 在 AC 边上, $DE \parallel BC$, 若 $\angle 1 = 155^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数为 _____.

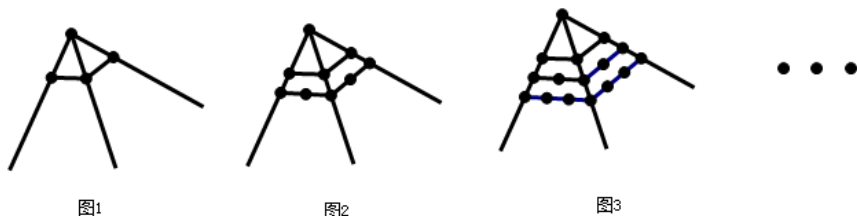


第13题

答案: 65°

试题解析: 因为 $\angle 1 = 155^\circ$, 所以 $\angle EDC = 25^\circ$, 又因为 $DE \parallel BC$, 所以 $\angle C = 25^\circ$, 因为 $\angle A = 90^\circ$, 所以 $\angle B$ 和 $\angle C$ 互补, 所以 $\angle B = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$.

14. 观察下列图形中点的个数, 若按其规律在画下去, 可以得到第 n 个图形中所有点的个数为 _____ (用含 n 的代数式表示)



(第14题)

答案: $(n+1)^2$

试题解析: 第 1 个图共有 4 个点, 第 2 个图共有 9 个点, 第 3 个图共有 16 个点, 可以发现点的数目是图的序号数加一的平方, 即: 第 n 个图的点的数目为 $(n+1)^2$

15. 若一个一元二次方程的两个根分别是 $\text{Rt } \triangle ABC$ 的两条直角边, 且 $S_{\triangle ABC} = 3$, 请写出一个符合题意的一元二次方程 _____.

答案: $x^2 - 5x + 6 = 0$ (多解)

试题解析: \because 一元二次方程的两个根分别是 $\text{Rt } \triangle ABC$ 的两条直角边, 且 $S_{\triangle ABC} = 3$, \therefore 由题意得两根均大于 0 且乘积为 6, $\therefore x_1 x_2 = 6$.

\therefore 一元二次方程要满足 $\frac{c}{a} = 6$, 且满足 $\Delta > 0$ 即可. 故有多解.

16. 平面内有四个点 A、O、B、C, 其中 $\angle AOB = 120^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$, $AO = BO = 2$, 则满足题意的 OC 的长度为整数的值可以是 _____.

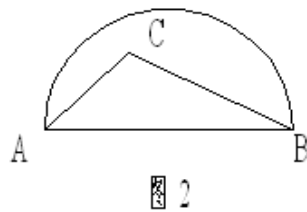
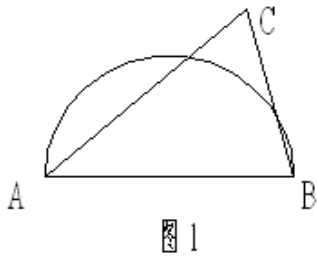
答案: 2、3 或 4

试题解析: $\because \angle AOB = 120^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$, \therefore 可以将这两个角放入同一个圆中来分析, 当两个角同时为圆周角时, OC 为圆上的弦, 当 OC 为圆的直径是长度最大, 此时 $OC = 4$, $\therefore 2 < OC \leq 4$; 当 $\angle AOB$ 为圆心角时, 此时 O 为圆心, A、B、C 为圆上的点, \therefore OC 为半径, 此时 $OC = OA = OB = 2$. 故 OC 的整数取值可以是: 2、3 或 4.

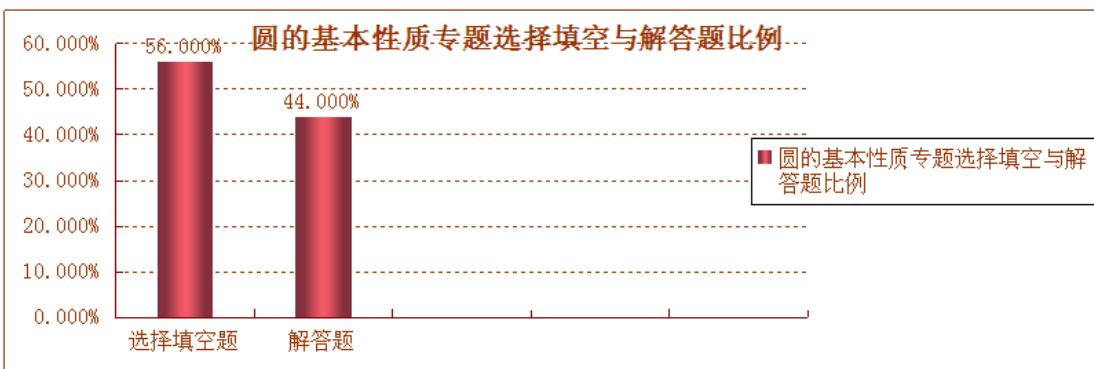
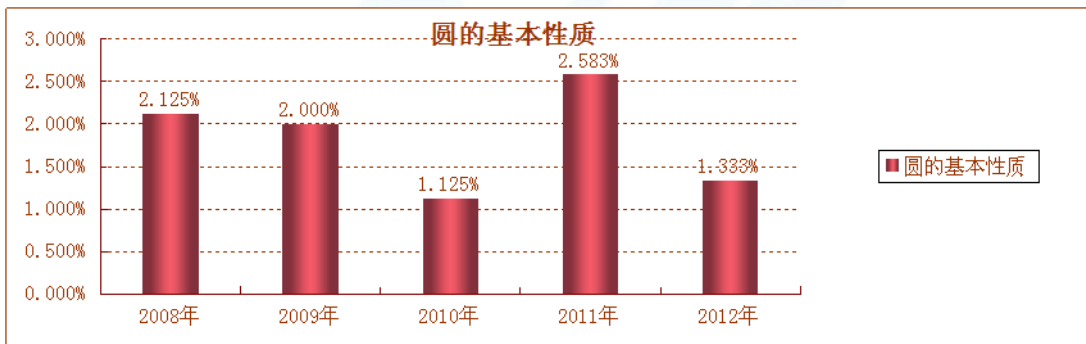
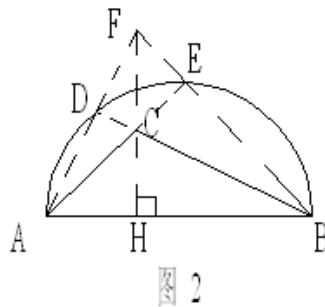
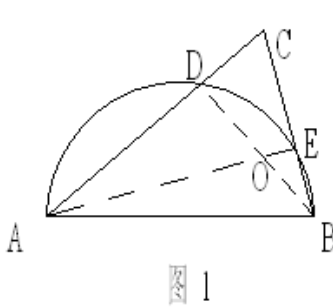
三. (本大题共 4 小题, 每小题 6 分, 共 24 分)

五、如图 AB 是半圆的直径. 图 1 中, 点 C 在半圆外; 图 2 中, 点 C 在半圆内, 请仅用无刻度的直尺要求画图.

76. 在图 1 中，画出△ABC 的三条高的交点；
77. 在图 2 中，画出△ABC 中 AB 边上的高.



解：如图：



100

圆的基本性质的题目共考了 55 题，分值为 216 分。

占 100 套试卷的分值比例为： $\frac{216}{12000} = 0.018 = 1.8\%$

2008~2012 年
套试卷中有关

18. 先画简，再求值： $\frac{x^2 - 4x + 4}{2x} \div \frac{x^2 - 2x}{x^2} + 1$ ，在 0, 1, 2 三个数中选一个合适的，代入求值。

$$\begin{aligned} \text{解：原式} &= \frac{(x-2)^2}{2x} \div \frac{x(x-2)}{x^2} + 1 \\ &= \frac{(x-2)^2}{2x} \times \frac{x^2}{x(x-2)} + 1 \\ &= \frac{x-2}{2} + 1 \end{aligned}$$

$$= \frac{x}{2}$$

所以将 $x=1$ 代入，原式= $\frac{1}{2}$ ；将 $x=2$ 代入，原式=1。

19. 甲、乙、丙 3 人聚会，每人带了一件从外盒包装上看完全相同的礼物（里面的东西只有颜色不同），将 3 件礼物放在一起，每人从中随意抽取一件。

(1) 下列事件是必然事件的是 (A)

- A. 乙抽到一件礼物
- B. 乙恰好抽到自己带来的礼物
- C. 乙没有抽到自己带来的礼物
- D. 只有乙抽到自己带来的礼物

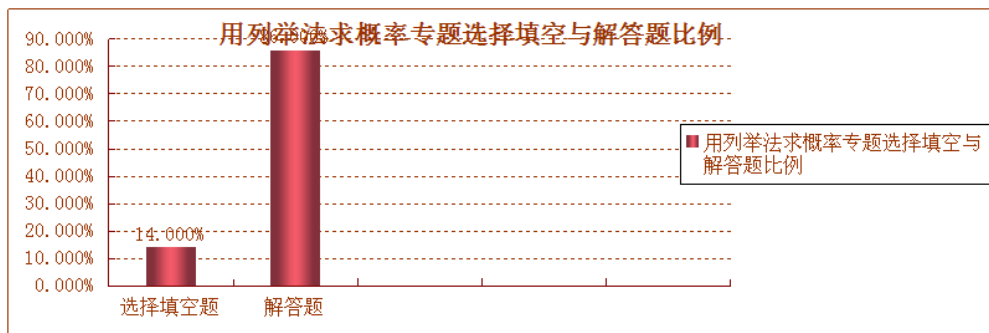
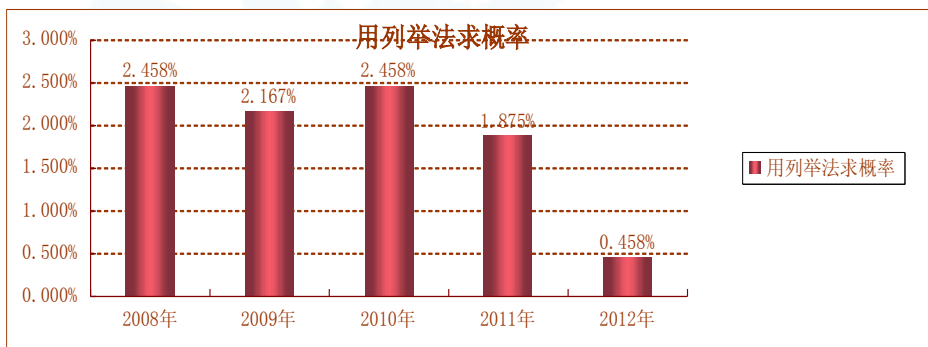
(2) 甲、乙、丙 3 人抽到的都不是自己带来的礼物（记为事件 A），请列出事件 A 的所有可能的结果，并求出事件 A 的概率。

解：(2) 事件 A 的所有可能性：①甲-乙，乙-丙，丙-甲

②甲-丙，乙-甲，丙-乙

∴所有出现的等可能性结果共有 6 种

$$\therefore P(A) = \frac{1}{3}$$



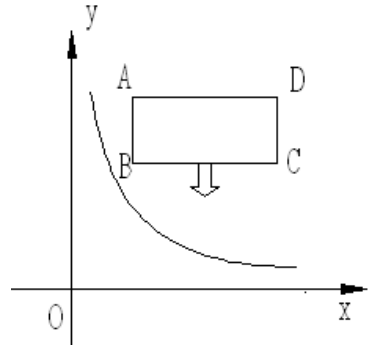
2008~2012 年 100 套试卷中有关用列举法求概率的题目共考了 51 题，分值为 266 分。

占 100 套试卷的分值比例为： $\frac{266}{12000} = 0.02217 = 2.217\%$

34. 如图，在平面直角坐标系中，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像和矩形 ABCD 在第一象限，AD 平行于 x 轴，且 $AB=2$ ， $AD=4$ ，点 A 的坐标为 $(2, 6)$ 。

(1) 直接写出 B、C、D 三点的坐标；

(2) 若将矩形向下平移，矩形的两个顶点恰好同时落在反比例函数的图像上，猜想这是哪两个点，并求出矩形的平移距离和反比例函数的解析式。



解：(1) B $(2, 4)$ C $(6, 4)$ D $(6, 6)$

(2) A、C 两点。设平移距离为 m

平移之后 A、C 两点的坐标为 A $(2, 6-m)$ ，C $(6, 4-m)$

\therefore A、C 两点在反比例函数图像上

$$\therefore 2(6-m) = k, 6(4-m) = k$$

$$\therefore m=3, k=6$$

\therefore 矩形的平移距离为 3，反比例函数的解析式为 $y = \frac{6}{x}$ 。

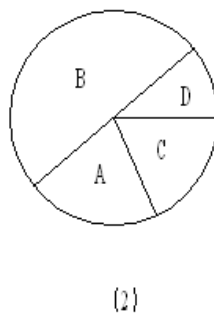
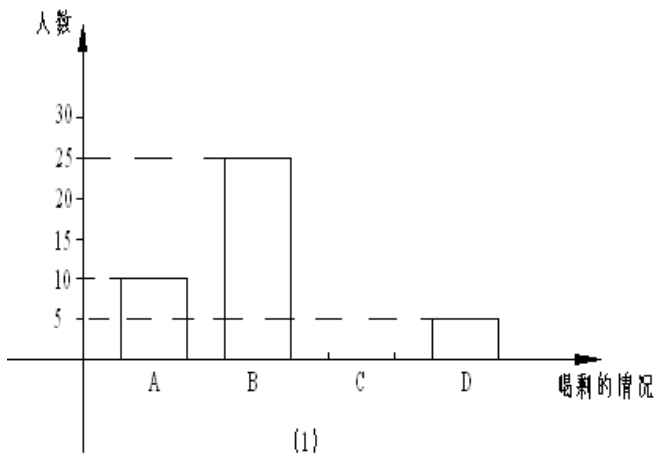
A. (本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分)

A. 生活中很多矿泉水没有喝完便扔掉，造成极大的浪费，为此数学兴趣小组的同学对某单位的某次会议所用矿泉水的浪费情况进行调查，为期半天的会议中，每人发一瓶 500ml 的矿泉水，会后对所发矿泉水喝的情况进行统计，大致可分为四种：A、全部喝完；B、喝剩约 $\frac{1}{3}$ ；C、喝剩约一半；D、开瓶但基本未喝。同学们根据统计结果绘制成如下两个统计图。根据统计图提供的信息，解答下列问题：

A. 参加这次会议的有多少人？在图 (2) 中 D 所在扇形的圆心角是多少度？并补全条形统计图；

B. 若开瓶但基本未喝算全部浪费，试计算这次会议平均每人浪费的矿泉水约多少毫升？(计算结果请保留整数)

C. 据不完全统计，该单位每年约有此类会议 60 次，每次会议人数约在 40 至 60 人之间，请用 (2) 中计算的结果，估计该单位一年中因此类会议浪费的矿泉水 (500ml/瓶) 约有多少瓶？(可使用科学计算器)



[解析]：

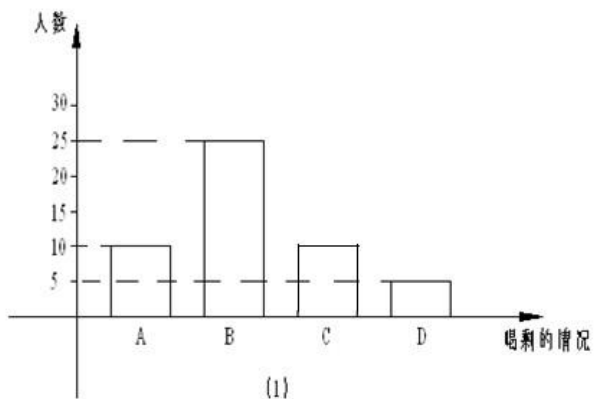
(1) 由图 (1) 可知，B 种情况共有 25 人，由图 (2) 可知 B 种情况的人数占总人数的一半。

\therefore 参加这次会议共有： $25 \times 2 = 50$ (人)。

由图 (1) 可知，D 种情况共有 5 人，

\therefore D 所在扇形的圆心角的度数为： $\frac{5}{50} \times 360^\circ = 36^\circ$

补全条形图如下图：



(2) 由于未喝完均为浪费，所以 B、C、D 三种情况均为浪费情况。

$$\therefore \text{平均每人浪费: } \frac{\frac{1}{3} \times 500 \times 25 + \frac{1}{2} \times 500 \times 10 + 500 \times 5}{50} = \frac{250}{3} + 100 \approx 183 \text{ (ml)}$$

(3) 由于每次人数约在 40 至 60 人之间，为了更好的估计浪费矿泉水的瓶数，所以取其平均数 50 人进行计算。

$$\therefore \text{浪费矿泉水: } \frac{60 \times 50 \times 183}{500} \approx 1098 \text{ (瓶)}$$

四、如图，在平面直角坐标系中，以点 O 为圆心，半径为 2 的圆与 y 轴交于点 A，点 P(4, 2) 是 $\odot O$ 外一点，连接 AP，直线 PB 与 $\odot O$ 相切于点 B，交 x 轴于点 C。

A. 证明 PA 是 $\odot O$ 的切线；

B. 求点 B 的坐标。

[解析]:

(1) $\because \odot O$ 是以 O 为圆心，2 为半径的圆

$$\therefore OA=2$$

$$\therefore A(0, 2)$$

又 $\because P$ 点坐标为 (4, 2)

$\therefore PA$ 平行于 x 轴

$\therefore PA$ 垂直于 y 轴

$$\therefore \angle OAP=90^\circ$$

$\therefore PA$ 为 $\odot O$ 的切线

(2) 连接 OB，过点 B 作 BD 垂直于 x 轴交 x 轴于点 D，过点 P 作 PE 垂直于 x 轴交 x 轴于点 E。

$$\because P(4, 2), A(0, 2)$$

$$\therefore PA=4$$

又 $\because PA, PB$ 均为 $\odot O$ 切线

$$\therefore PA=PB=4$$

$$\therefore \begin{cases} \angle OCB = \angle PCE \\ \angle OBC = \angle PEC = 90^\circ \\ OB = PE \end{cases}$$

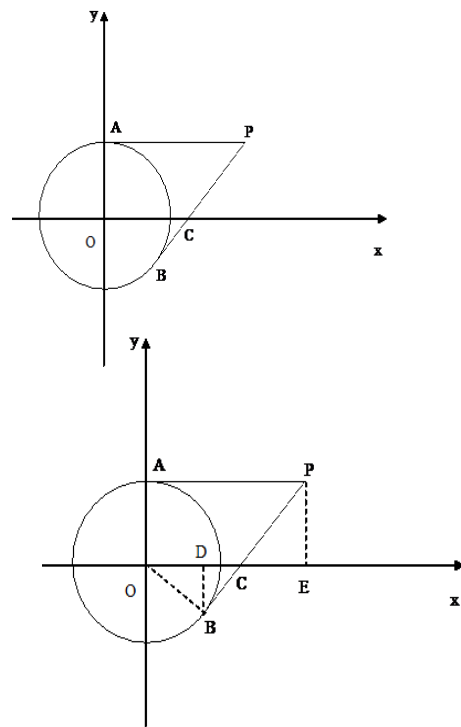
$$\therefore \triangle OCB \cong \triangle PCE \text{ (AAS)}$$

$$\therefore PC=OC$$

设 $OC=x$ ，则 $PC=x, BC=4-x$

$$\therefore \text{在直角三角形 } \triangle OBC \text{ 中, 有 } (4-x)^2 + 2^2 = x^2$$

解得 $x=2.5$ ，则 $BC=1.5$



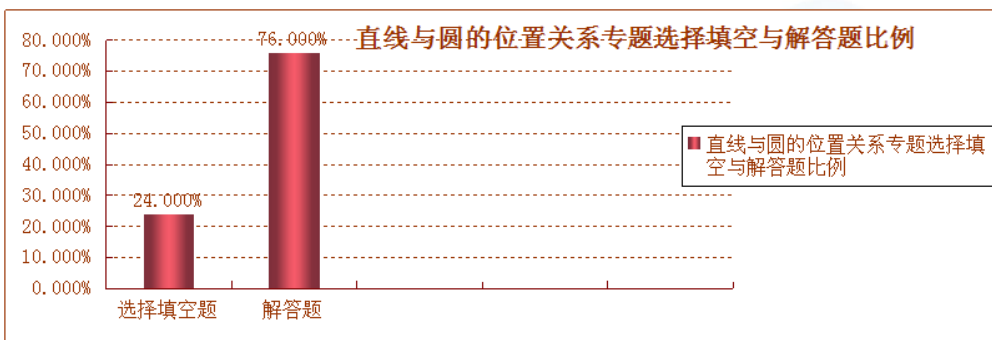
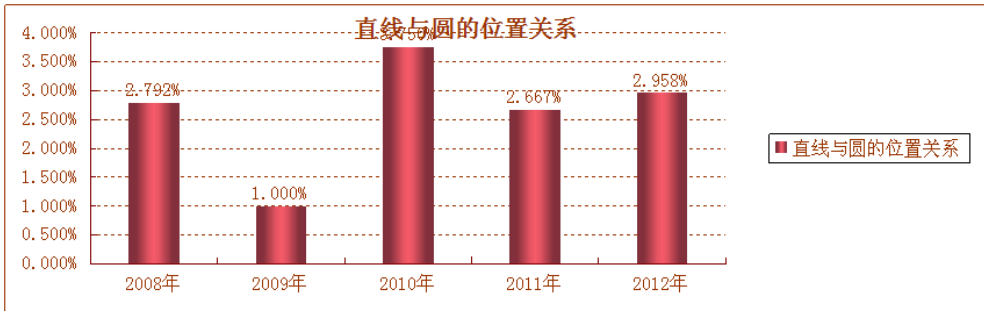
根据等面积法 $OC \cdot BD = BC \cdot OB$

$\therefore BD = 1.2$

在直角三角形 $\triangle ODB$,

$\therefore OD = \sqrt{OB^2 - BD^2} = 1.6$

$\therefore B(1.6, -1.2)$



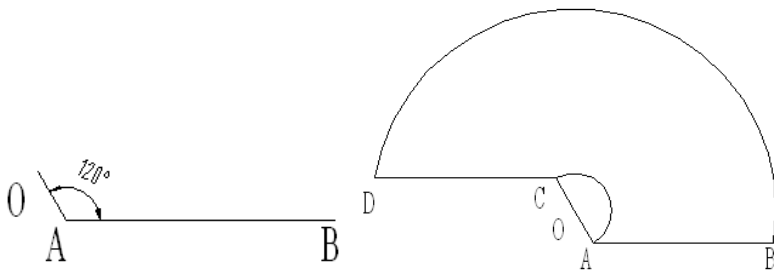
2008~2012 年 100 套试卷中有关圆的基本性质的题目共考了 56 题，分值为 316 分。

占 100 套试卷的分值比例为： $\frac{316}{12000} = 0.026 = 2.6\%$

一、如图 1，一辆汽车的背面，有一种特殊形状的刮雨器，忽略刮雨器的宽度可抽象为一条折线 OAB，如图 2 所示，量得连杆 OA 长为 10cm，雨刮杆 AB 长为 48cm， $\angle OAB = 120^\circ$ 。若启动一次刮雨器，雨刮杆 AB 正好扫到水平线 CD 的位置，如图 3 所示。

- (1) 求雨刮器 AB 旋转的最大角度及 O、B 两点之间的距离；(结果精确到 0.01)
- (2) 求雨刮杆 AB 扫过的最大面积。(结果保留 π 的整数倍)

(参考数据： $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ， $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ ， $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ ， $\sqrt{721} \approx 26.851$ ，可使用科学计算器)



[解析]:

- (1) \therefore 启动一次刮雨器，AB 扫到 CD 的位置

\therefore 点 A 的对应点为点 C

\therefore 旋转角度为 $\angle AOC = 180^\circ$

\therefore AB 旋转的最大角度为 180°

连接 OB，过点 O 作 $OE \perp AB$ 交 BA 延长线于点 E



$\therefore \angle OAB = 120^\circ$

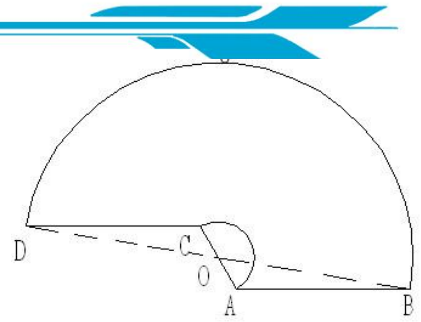
$\therefore \angle OAE = 60^\circ, \angle EOA = 30^\circ$

$\therefore OA = 10\text{cm}$

$\therefore EA = 5\text{cm}, OE = 5\sqrt{3}\text{cm}$

$\therefore BE = 48 + 5 = 53\text{cm}$

$\therefore OB = \sqrt{OE^2 + BE^2} = \sqrt{(5\sqrt{3})^2 + (53)^2} = \sqrt{2884} = 2\sqrt{721} \approx 53.70$



(2) 连接 OD, OB

$\therefore AB$ 旋转至 CD 的旋转角度为 180°

$\therefore AB \parallel CD, \angle BOD = 180^\circ$

$\therefore B, O, D$ 共线

$$\therefore \begin{cases} \angle DCO = \angle OAB = 120^\circ \\ \angle COD = \angle AOB \\ CD = AB \end{cases}$$

$\therefore \triangle COD \cong \triangle AOB$ (AAS)

$\therefore AB$ 扫过的面积为将以 O 为圆心, OB 为半径的半圆的面积减去以 O 为圆心, OA 为半径的半圆的面积

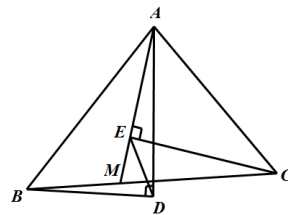
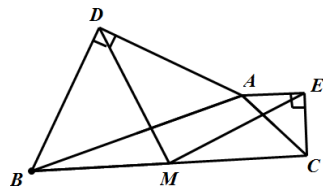
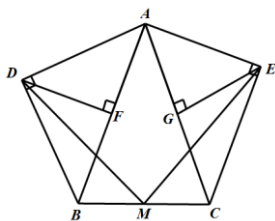
$$\therefore S = \frac{1}{2}\pi \times (2\sqrt{721})^2 - \frac{1}{2}\pi \times 10^2 = 1392\pi$$

五、(本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分)

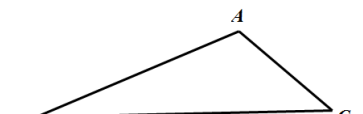
24. 某数学活动小组在作三角形的拓展图形, 研究其性质时, 经历了如下过程:

(1) 操作发现:

在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 分别以 AB 和 AC 为斜边, 向 $\triangle ABC$ 的外侧作等腰直角三角形, 如图 1 所示, 其中 $DF \perp AB$ 于点 F , $EG \perp AC$ 于点 G , M 是 BC 的中点, 连接 MD 和 ME , 则下列结论正确的是 (填序号即可)



- ① $AF = AG = \frac{1}{2} AB$; ② $MD = ME$; ③



整个图形是轴对称图形; ④ $MD \perp ME$.

$\perp ME$.

78. 数学思考:

在任意 $\triangle ABC$ 中, 分别以 AB 和 AC 为斜边, 向 $\triangle ABC$ 的外侧作等腰直角三角形, 如图 2 所示, M 是 BC 的中点, 连接 MD 和 ME , 则 MD 和 ME 具有怎样的数量关系? 请给出证明过程;

40. 类比探究:

(i) 在任意 $\triangle ABC$ 中, 仍分别以 AB 和 AC 为斜边, 向 $\triangle ABC$ 的内侧作等腰直角三角形, 如图 3 所示, M 是 BC 的中点, 连接 MD 和 ME , 试判断 $\triangle MED$ 的形状. 答:

(ii) 在三边互不相等的 $\triangle ABC$ 中 (见备用图), 仍分别以 AB 和 AC 为斜边, 向 $\triangle ABC$ 的内侧作 (非等腰) 直角三角形 ABD 和 (非等腰) 直角三角形 ACE , M 是 BC 的中点, 连接 MD 和 ME , 要使 (2) 中的结论此时仍然成立, 你认为需增加一个什么样的条件? (限用题中字母表示) 并说明理由.

答案: (1) ①②③④

(2) MD=ME

证明：如图。分别作 AB、AC 中点 F、G，连接 DF、FM、MG、EG

则 MF 与 MG 为 $\triangle ABC$ 的中位线

$$\therefore MG = \frac{1}{2} AB, FM = \frac{1}{2} AC$$

又 $\because \triangle ADB$ 、 $\triangle AEC$ 是等腰直角三角形

$$\therefore DF = \frac{1}{2} AB, EG = \frac{1}{2} AC, DF \perp AB, EG \perp AC$$

$$\therefore DF = MG, FM = EG; \angle DFB = \angle EGC$$

又 $\because FM \parallel AC, MG \parallel AB$

$$\therefore \angle BFM = \angle A, \angle CGM = \angle A$$

$$\therefore \angle BFM = \angle CGM$$

$$\therefore \angle AFM = \angle AGM$$

$$\therefore \angle DFM = \angle EGM$$

在 $\triangle DFM$ 和 $\triangle EGM$ 中

$$\begin{cases} DF = MG \\ \angle DFM = \angle EGM \\ FM = EG \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DFM \cong \triangle EGM \text{ (SAS)}$$

$$\therefore MD = ME$$

(3) (i) 答： $\triangle MED$ 为等腰直角三角形

(ii) 添加条件为 A、M、D 共线。如图所示

$\because M$ 是 BC 的中点

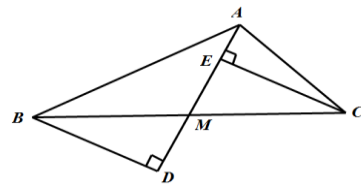
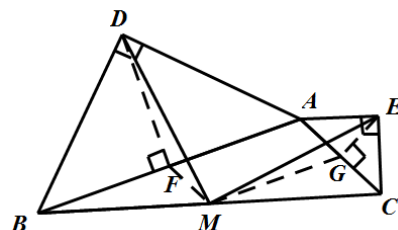
$$\therefore BM = CM$$

在 $\triangle BDM$ 和 $\triangle CEM$ 中

$$\begin{cases} \angle BDM = \angle CEM = 90^\circ \\ \angle DMB = \angle CME \\ BM = CM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BDM \cong \triangle CEM \text{ (AAS)}$$

$$\therefore MD = ME$$



试题解析：分析：该题是一道典型的“拓展与探究题”，乍一看貌似很难，但是稍作分

会发现其实此题是有规律可循的。首先第一问是绝对不难的，考查了等腰三角形的性质，

中位线的性质及全等三角形的应用，看似很多知识点集中于一题，但是这一问当中给出的条件也比较多，并且它抛出的问题是循序渐进的，学生千万不能随便猜一下就给出答案，这样的话后面的规律就找不到了，反之如果是在这一问当中每一个小问题都仔细做一下的，就可以从中找出这道题的规律，比如说中位线及直角三角形的性质应用，以及运用 $\triangle DFM$ 和 $\triangle EGM$ 全等证出第四个选项。如果这样做了的话第二问就迎刃而解了，可以也是通过构造出中位线证明 $\triangle DFM$ 和 $\triangle EGM$ 全等。进而第三问的第一个小问还是通过证明 $\triangle DFM$ 和 $\triangle EGM$ 全等（相似题详见新东方中考复习讲义）。第二小问是开放探究题，答案不止一种，要放开思路的，不能一条道走到黑。

考点：考查了等腰直角三角形的性质，中位线的性质，平行线的性质与判定，全等三角形判定与性质。

A. 已知抛物线 $y_n = -(x - a_n)^2 + a_n$ (n 为正整数，且 $0 < a_1 < a_2 < a_3$) 与 x 轴的交点为 $A_{n-1}(b_{n-1}, 0)$ 和 $A_n(b_n, 0)$ ，当

$n=1$ 时, 第 1 条抛物线 $y_1 = -(x-a_1)^2 + a_1$ 与 x 轴交点为 $A_0(0,0)$ 和 $A_1(b_1,0)$, 其他依此类推。

(1) 求 a_1, b_1 的值及抛物线 y_2 的解析式;

(2) 抛物线 y_3 的顶点坐标为 (,);

依此类推第 n 条抛物线 y_n 的顶点坐标为 (,) (用含 n 的式子来表示);

所有抛物线的顶点坐标满足的函数关系式是;

(3) 探究下列结论:

① 若用 $A_{n-1}A_n$ 表示第 n 条抛物线被 x 轴截得的线段长, 直接写出 A_0A_1 的值, 并求出 $A_{n-1}A_n$;

② 是否存在经过点 $A(2,0)$ 的直线和所有抛物线都相交, 且被每一条抛物线截得的线段的长度都相等? 若存在, 直接写出直线的表达式; 若不存在, 请说明理由。

解析:

(1) $\because A_0(0,0)$ 在抛物线 $y_1 = -(x-a_1)^2 + a_1$ 上, $\therefore a_1 = 1$.

\therefore 当 $n=1$ 时, 第 1 条抛物线为 $y_1 = -(x-1)^2 + 1$.

而 $y_1 = -(x-1)^2 + 1$ 另一个交点是 $A_1(b_1,0)$, $\therefore b_1 = 2$.

又 $y_2 = -(x-a_2)^2 + a_2$ 经过点 $A_1(b_1,0)$, $\therefore y_2 = -(x-4)^2 + 4$

(2) 抛物线 y_3 的顶点坐标为 (9, 9);

依此类推第 n 条抛物线 y_n 的顶点坐标为 (n^2 , n^2) (用含 n 的式子来表示);

所有抛物线的顶点坐标满足的函数关系式是 $y = x$;

(3) ① $A_0A_1 = 2$, $A_{n-1}A_n = 2n$.

② 存在. $y = x - 2$.

试题解析: 此题是一个与函数的找规律题, 通过第一条抛物线给出的一个点,

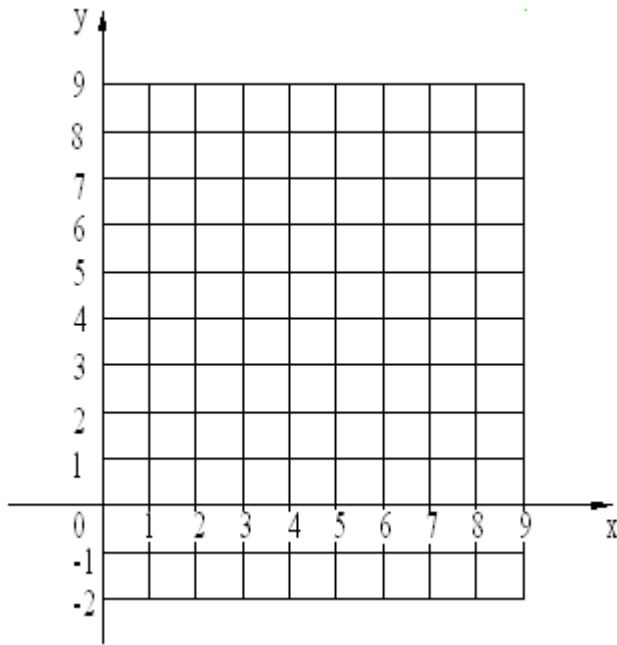
确定第一条抛物线的顶点坐标, 依此类推下去找到 y_n 的顶点坐标, 最后得出规律所有的顶点都在一条正比例函数的图像上。

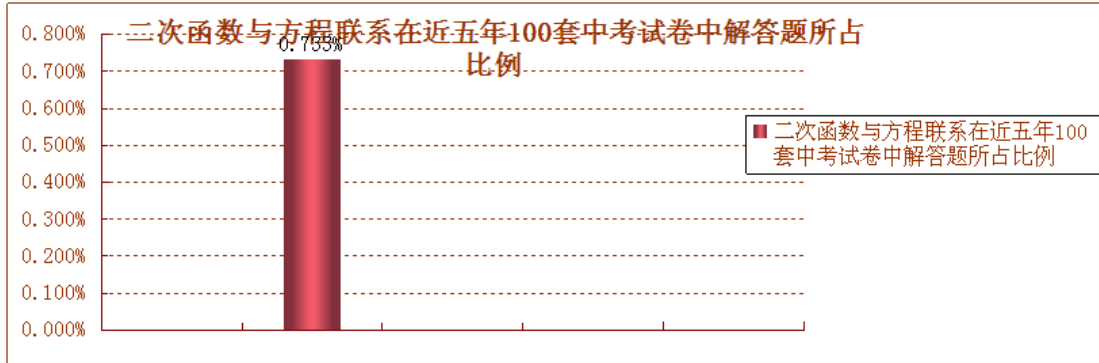
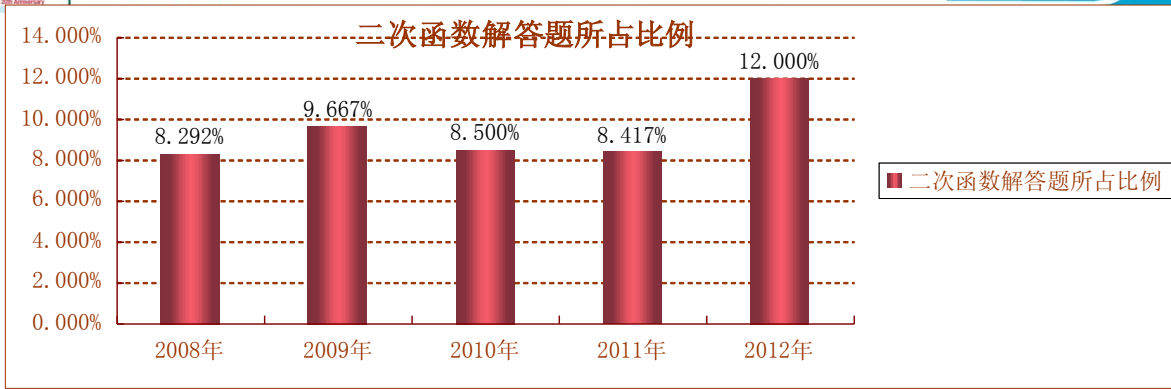
其实本题前两问都不很难, 只要同学们能够认真仔细的一个点一个点的代入, 就能完成前两问。本题难点在第三问的第二小问, 难度值在 0.2 了, 题型比较少见, 但是同学只要记得抛物线与直线 ($y = kx - 2k$) 交点之间的距离公式, 是联立方程组后化成一元二次方程

一般形式 $ax^2 + bx + c = 0$, 然后就可得出两交点之间的距离公式为 $d = \sqrt{k^2 + 1} \cdot \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ (详见新东方内部讲义), 问题就可引刃

而解了。

考点: 考查了二次函数顶点式, 找点的规律, 正比例函数, 函数与方程的联系。





2008 ~

2012年 100

套试卷中有关二次函数与方程的联系题的题目在解答类题目中共考了 11 题，分值为 88 分。

占 100 套试卷的分值比例为： $\frac{88}{12000} = 0.00733 = 0.733\%$

注：2013 试卷评析参与编写人员

邱晓丽，闵冰华，胡钱结，肖玉薇，李丽，李芯，冷丽梅，黄生伟，张远明，胡田，洪茜，吴逃峰

另附：新东方中考数学讲义 113 页与压轴题第 24 题类似题，相似度 90%

18. 在图 14-1 至图 14-3 中，点 B 是线段 AC 的中点，点 D 是线段 CE 的中点，四边形 $BCGF$ 和 $CDHN$ 都是正方形， AE 的中点是 M 。

(1) 如图 14-1，点 E 在 AC 的延长线上，点 N 与点 G 重合时，点 M 与点 C 重合，

求证： $FM = MH$ ， $FM \perp MH$ ；

(2) 将图 14-1 中的 CE 绕点 C 顺时针旋转一个锐角，得到图 14-2，

求证： $\triangle FMH$ 是等腰直角三角形；

(3) 将图 14-2 中的 CE 缩短到图 14-3 的情况， $\triangle FMH$ 还是等腰直角三角形吗？（不必说明理由）

(1) 证明： \because 四边形 $BCGF$ 为正方形

$\therefore BF = BM = MN$ ， $\angle FBM = 90^\circ$

\because 四边形 $CDHN$ 为正方形 $\therefore DM = DH = MN$ ， $\angle HDM = 90^\circ$

$\therefore BF = BM = MN$ ， $DM = DH = MN$

$\therefore BF = BM = DM = DH$

$\therefore BF = DH$ ， $\angle FBM = \angle HDM$ ， $BM = DM \therefore \triangle FBM \cong \triangle HDM \therefore FM = MH$ ，

$\therefore \angle FMB = \angle DMH = 45^\circ$ ， $\therefore \angle FMH = 90^\circ$ 度， $\therefore FM \perp HM$ 。

(2) 证明：连接 MB 、 MD ，如图 2，设 FM 与 AC 交于点 P 。

$\because B$ 、 D 、 M 分别是 AC 、 CE 、 AE 的中点，

$\therefore MD \parallel BC$ ，且 $MD = \frac{1}{2}AC = BC = BF$ ；

$MB \parallel CD$ ，且 $MB = \frac{1}{2}CE = CD = DH$ （三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半），

\therefore 四边形 $BCDM$ 是平行四边形，

$\therefore \angle CBM = \angle CDM$ ，

又 $\because \angle FBP = \angle HDC$ ，

$\therefore \angle FBM = \angle MDH$ ，

$\therefore \triangle FBM \cong \triangle MDH$ ，

$\therefore FM = MH$ ，且 $\angle FMB = \angle MHD$ ， $\angle BFM = \angle HMD$ 。

$\therefore \angle FMB + \angle HMD = 180^\circ - \angle FBM$ ，

$\because BM \parallel CE$ ，

$\therefore \angle AMB = \angle E$ ，

同理： $\angle DME = \angle A$ 。

$\therefore \angle AMB + \angle DME = \angle A + \angle E = \angle CBM$ 。

由已知可得： $BM = \frac{1}{2}CE = AB = BF$ ，

$\therefore \angle A = \angle BMA$ ， $\angle BMF = \angle BFM$ ，

$\therefore \angle FMH = 180^\circ - (\angle FMB + \angle HMD) - (\angle AMB + \angle DME)$ ，

$= 180^\circ - (180^\circ - \angle FBM) - \angle CBM$ ，

$= \angle FBM - \angle CBM$ ，

$= \angle FBC = 90^\circ$ 。

$\therefore \triangle FMH$ 是等腰直角三角形。

(3) 解： $\triangle FMH$ 还是等腰直角三角形。

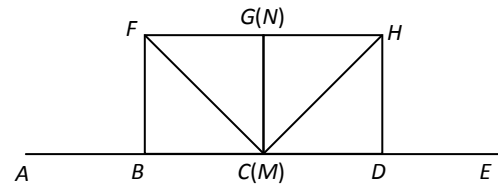


图 14-1

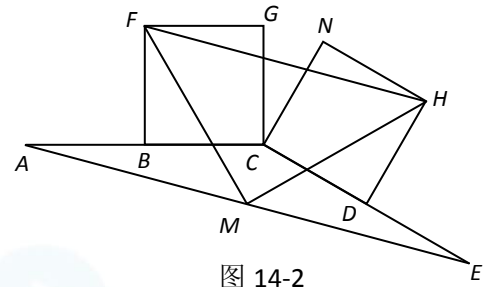


图 14-2

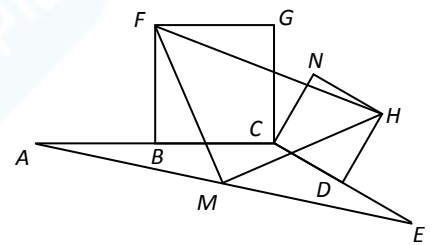


图 14-3

